



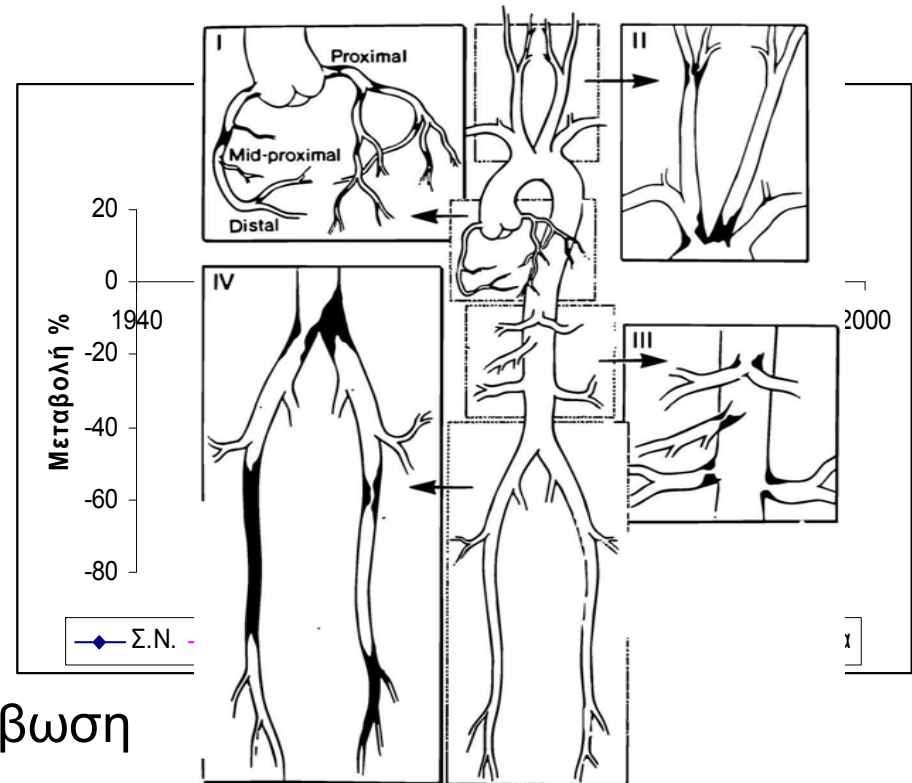
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Ανάπτυξη Μαθηματικών Μοντέλων για το Σχεδιασμό Στεφανιαίας Παράκαμψης

Α. Πολίτη, Γ. Σταυρόπουλου, Μ. Χριστόλη,
Ν. Βλάχου, Φ. Παναγόπουλου, Ν. Μαρκάτου

Στεφανιαία νόσος (ΣΝ)

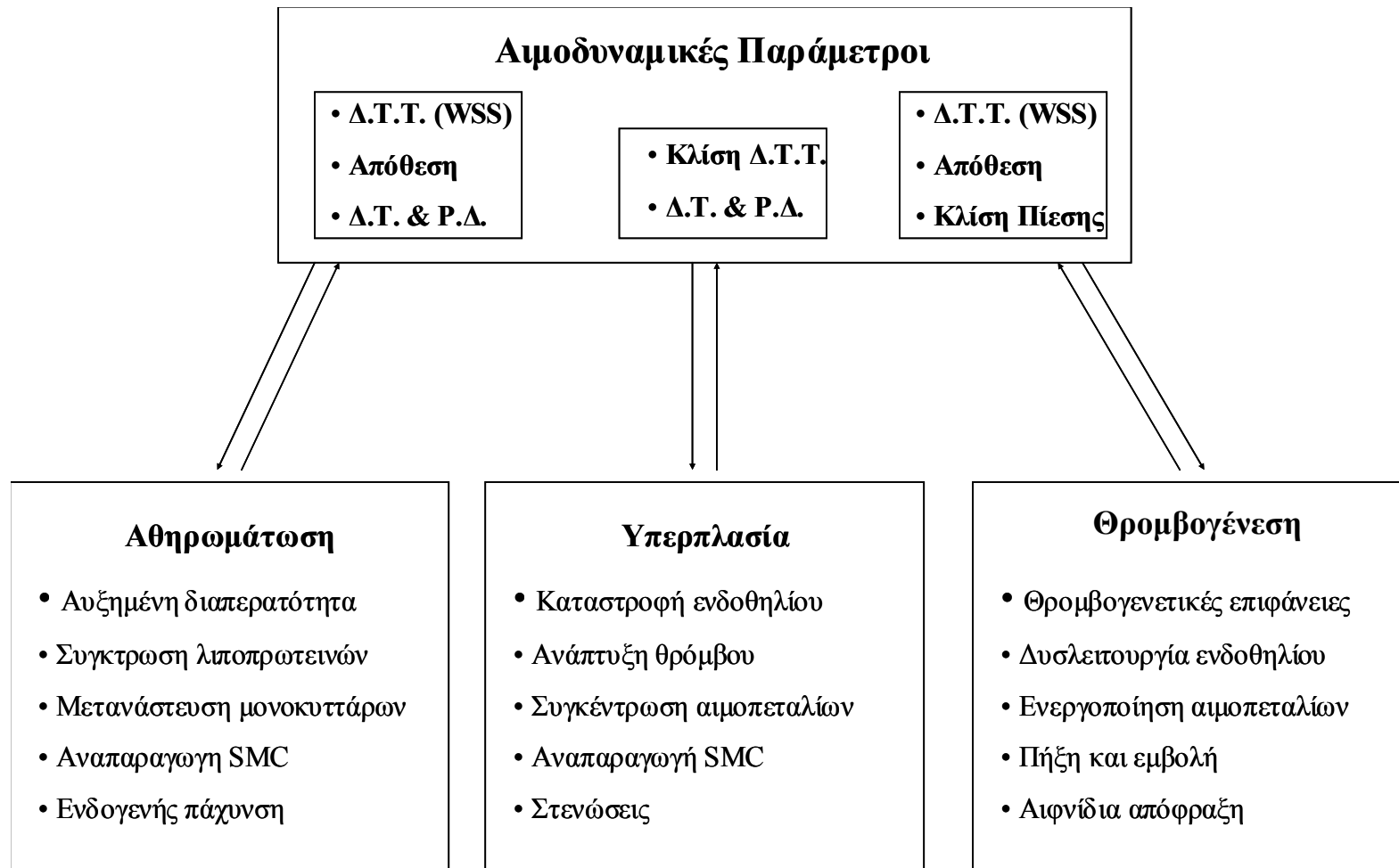
- **47% συνολικών θανάτων***
Ελάττωση περιστατικών
Αύξηση περιστατικών στην Ελλάδα!
- **Καρδιοαγγειακά νοσήματα:**
Αθηρωμάτωση, Υπερπλασία, Θρόμβωση
- **Εκλεκτική πάθηση**
- **Μη-γραμμική εξέλιξη**



(Debakey et al., Ann. Surg 1985; 201:115)

*American Heart Association. AHA Bulletin, AHA Washington D.C., March 1993

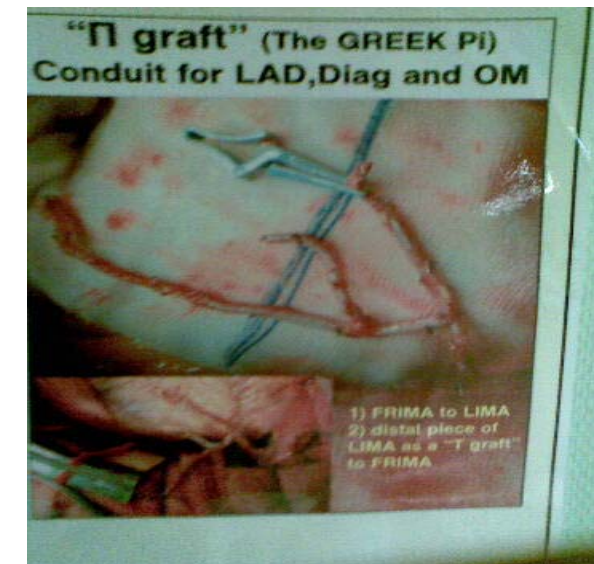
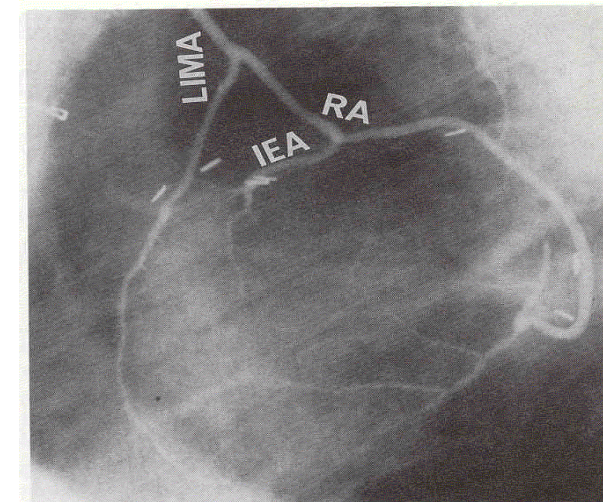
Συσχέτιση αιμοδυναμικής & ΣΝ



* ΔΤΤ: Διατμητική Τάση Τοιχώματος, ΡΔ: Ρυθμός Διάτμησης

Χειρουργική Τεχνική Στεφανιαίας Παράκαμψης

- **Ολική αρτηριακή επαναιμάτωση (By-pass)**
 - Αποκατάσταση φυσιολογικής ροής αίματος
 - Κάλυψη ενεργειακών αναγκών O₂
 - Βελτίωση συστολικής λειτουργίας μυοκαρδίου
- **Κατασκευή σύνθετων μοσχευμάτων**
 - Χειρουργική αναστόμωση LAD
 - Σύνθετα αρτηριακά μοσχεύματα
 - Φλεβικά & αρτηριακά μοσχεύματα
 - Ανατομία ⇒ κατασκευή: T, Y, Π, διαδοχικά, H



Μαθηματικό Μοντέλο Ροής Αίματος

- Γενικευμένη εξίσωση μεταφοράς

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}}_{\text{χρονικός όρος}} + \underbrace{\text{div}(\rho\phi u)}_{\text{συναγωγή}} = \underbrace{\text{div}(\Gamma \text{grad}\phi)}_{\text{διάχυση}} + \underbrace{S}_{\text{πηγή}}$$

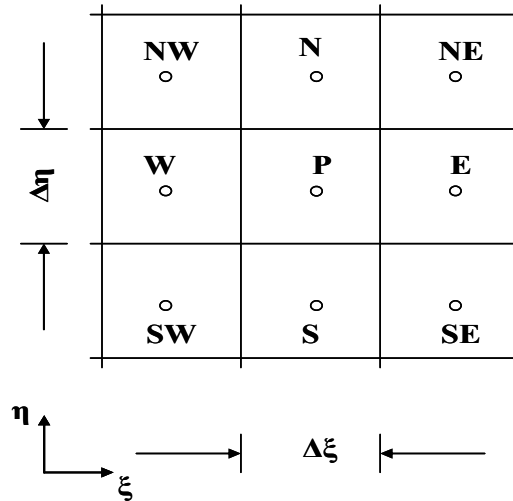
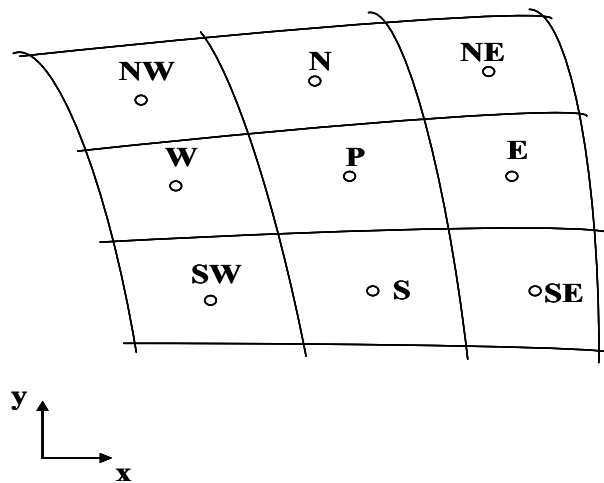
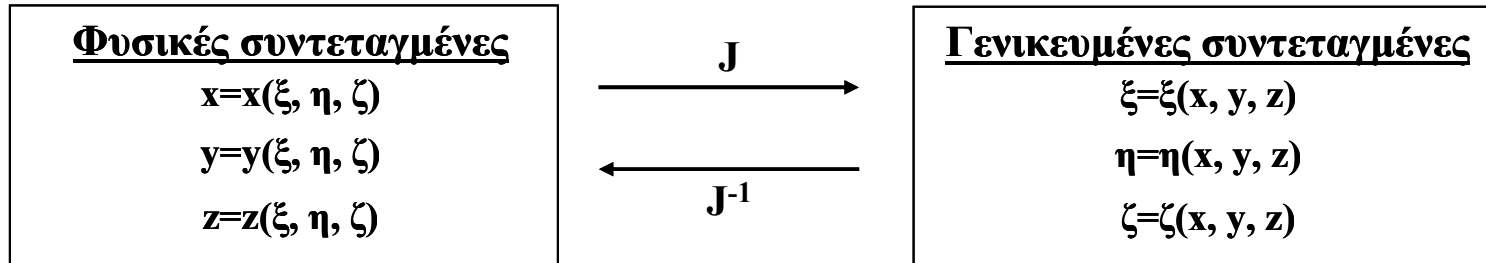
φ: (u, v, w για ορμή, 1 για τη μάζα), Γ: συντελεστής μεταφοράς, S: όρος πηγής, ρ: πυκνότητα

- Καμπυλόγραμμες συντεταγμένες

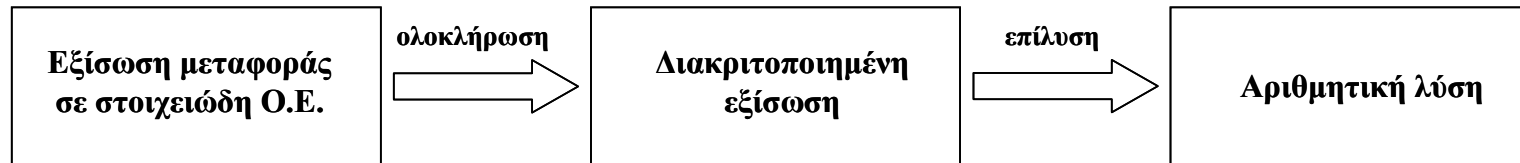
$$\frac{\partial(\sqrt{g}\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_j}(\rho J V^j \phi) = \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\Gamma J g^{jk} \frac{\partial \phi}{\partial \xi^k} \right) + JS$$

όπου J: Ιακωβιανή ορίζουσα, g^{jk}: μετρικοί τανυστές, V^j: ανταλλοίωτη συνιστώσα ταχύτητας

Μετασχηματισμός του φυσικού χωρίου



Αριθμητική επίλυση

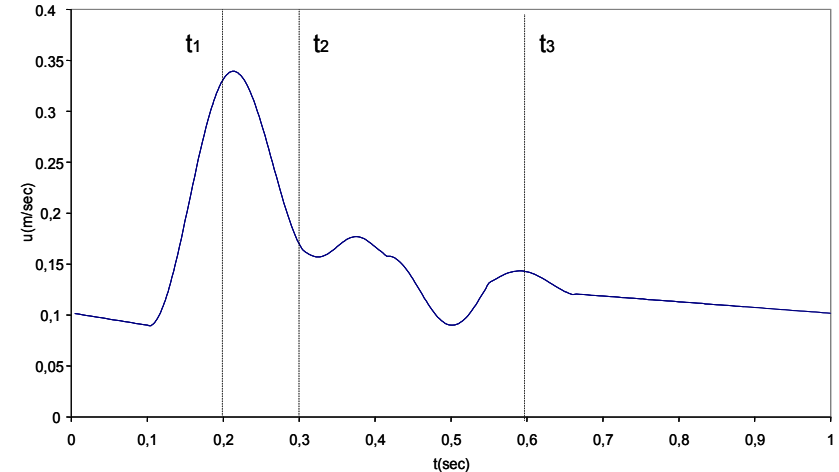


$$\int_{\text{OE}} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{\text{OE}} \text{div}(\rho\phi u) dV = \int_{\text{OE}} \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) dV + \int_{\text{OE}} S dV$$

- Μαθηματικό μοντέλο ροής (ΜΔΕ)
- Πεπερασμένοι όγκοι (FVM)
- Αλγόριθμος επίλυσης (SIMPLEST)
- Ομόθετο, δομημένο πλέγμα πολλαπλών υποχωρίων
- Καμπυλόγραμμο σύστημα συντεταγμένων
- Συναλλοίωτη & ανταλλοίωτη διανυσματική βάση (e_i & e^i)

Παραδοχές & Οριακές συνθήκες

- Ιδεατά, ανελαστικά τοιχώματα
- Ασυμπίεστο ρευστό
- Ροή : 3D & Στρωτή
- Τοιχώματα: Συνθήκη μη ολίσθησης
- Παλμική ροή αίματος (Καρδιακός κύκλος)



t_1 = μέγιστη συστολή

t_2 = τελοσυστολική φάση

t_3 = μέγιστη διαστολή

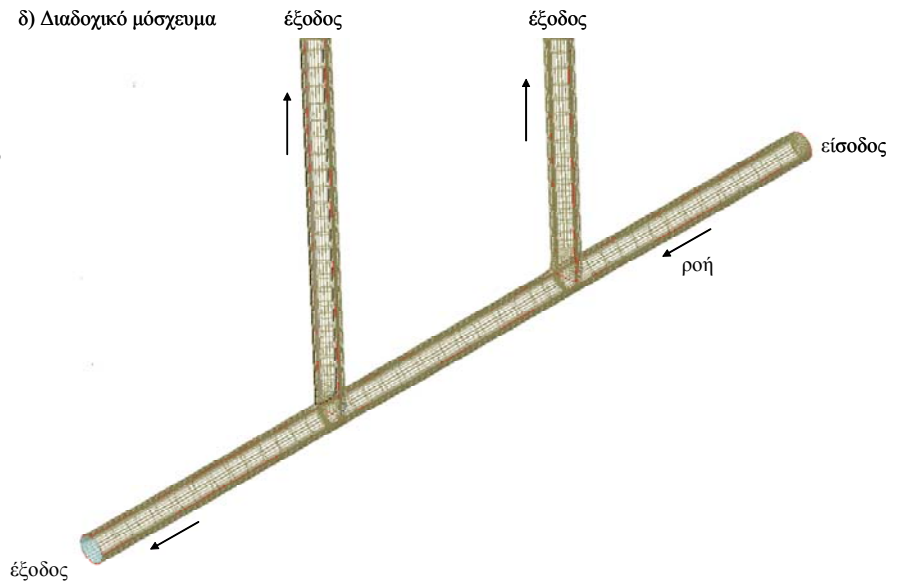
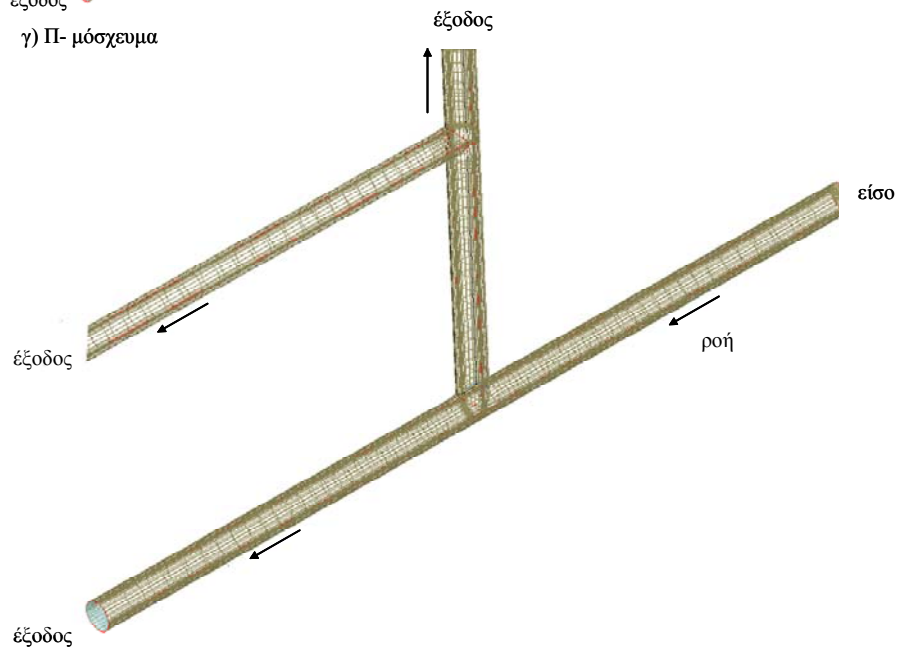
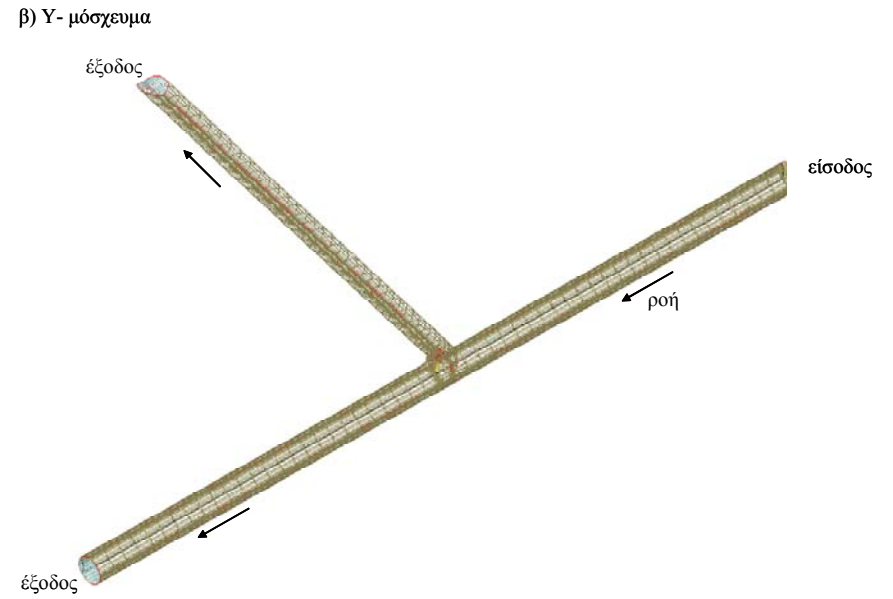
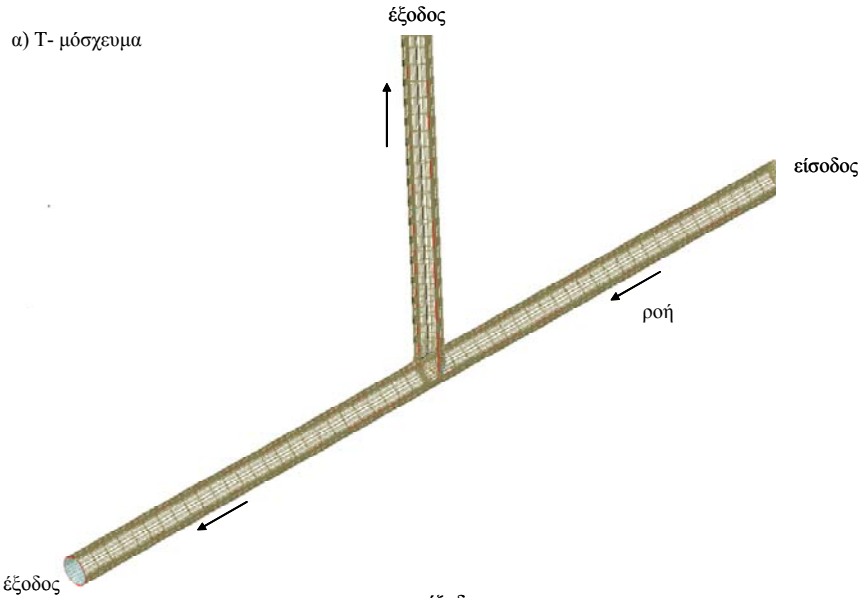
Παράμετρος Womersley $\longrightarrow \alpha = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}}$

- Μη-Νευτώνεια μοντέλα ροής αίματος

Μοντέλο Power-Law $\longrightarrow \tau = -\mu_0 \left(\frac{du_x}{dy} \right)^{n-1}$

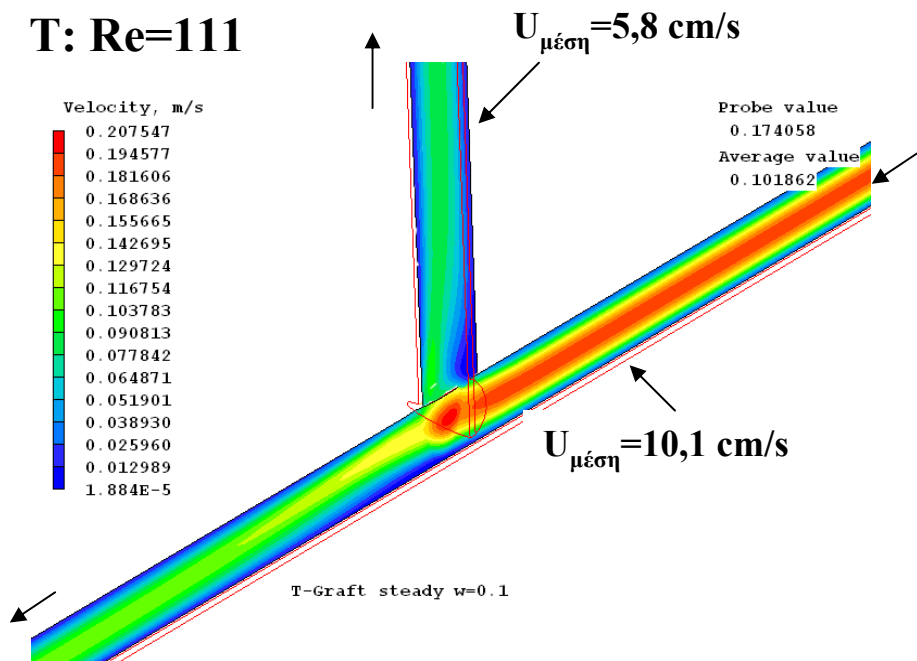
Μοντέλο Casson $\longrightarrow \sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \mu_\infty \sqrt{\dot{\gamma}}$

Υπολογιστικά πλέγματα επίλυσης

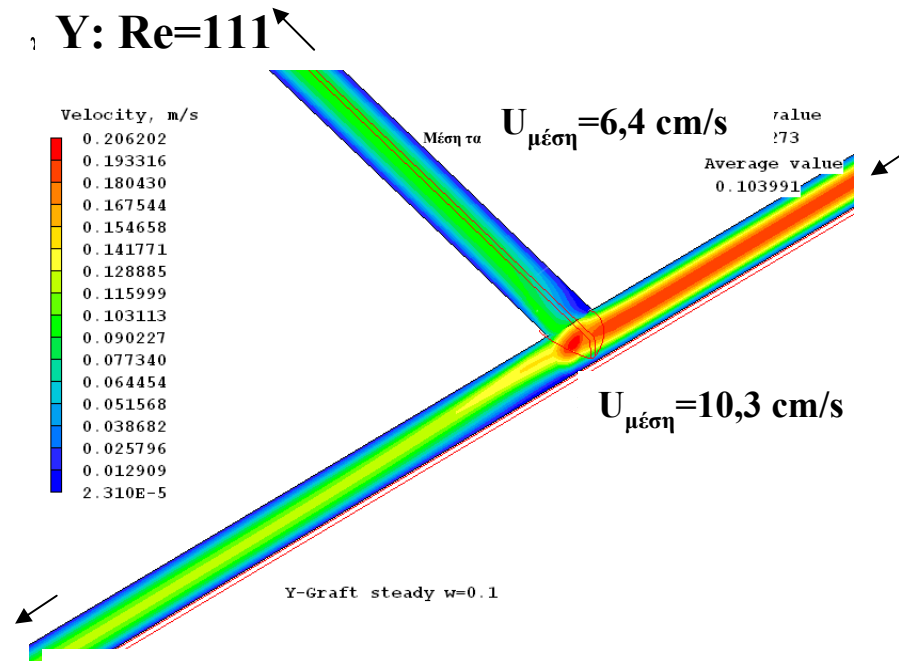


Αποτελέσματα: Κατανομές Ταχυτήτων Ροής

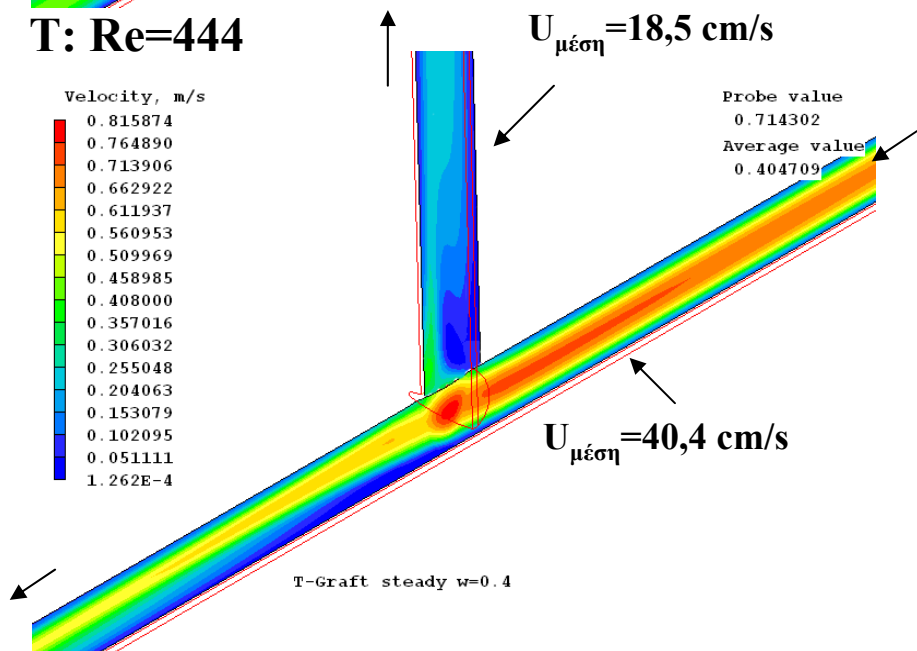
T: Re=111



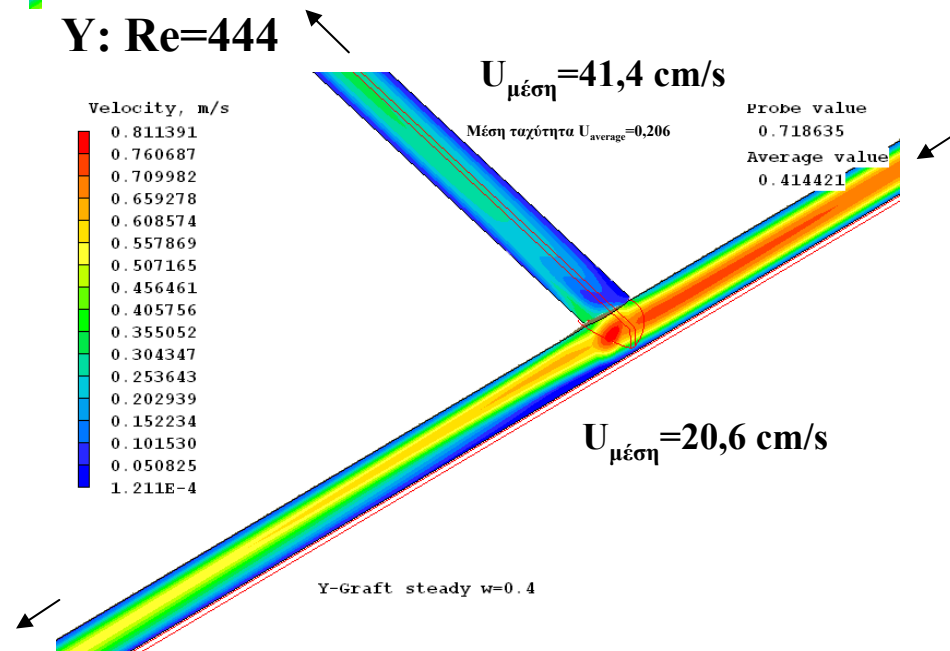
Y: Re=111



T: Re=444



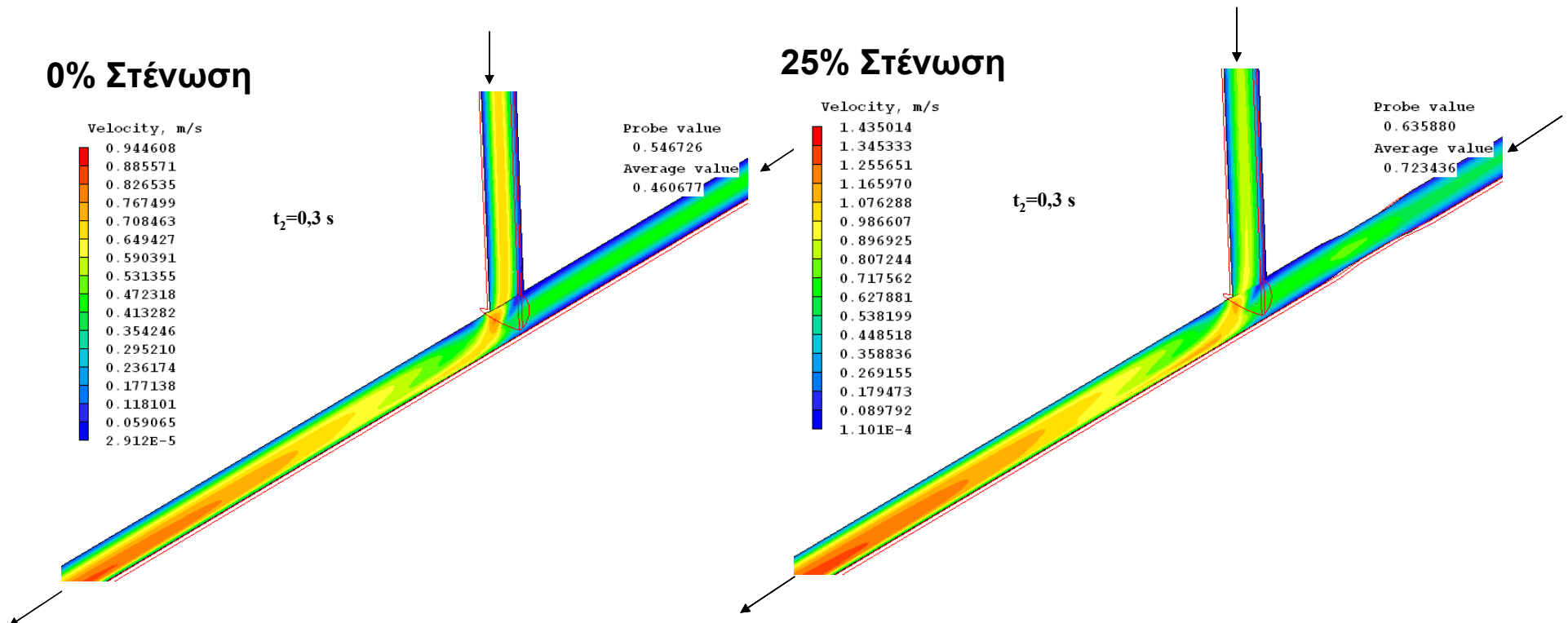
Y: Re=444



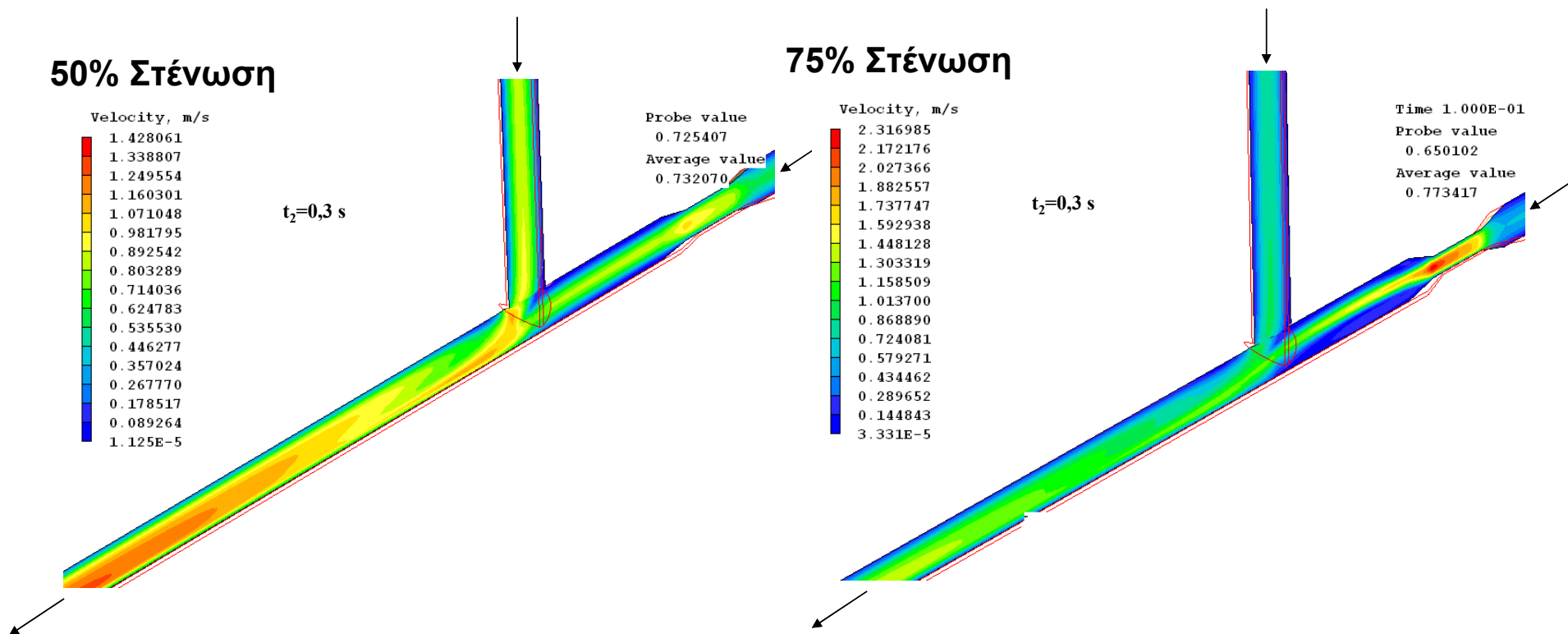
Μη-Μόνιμη Ροή Αίματος

Παλμική ροή : Φυσιολογική κυματομορφή

Μεγιστη συστολική φάση: $t/T=0.3$

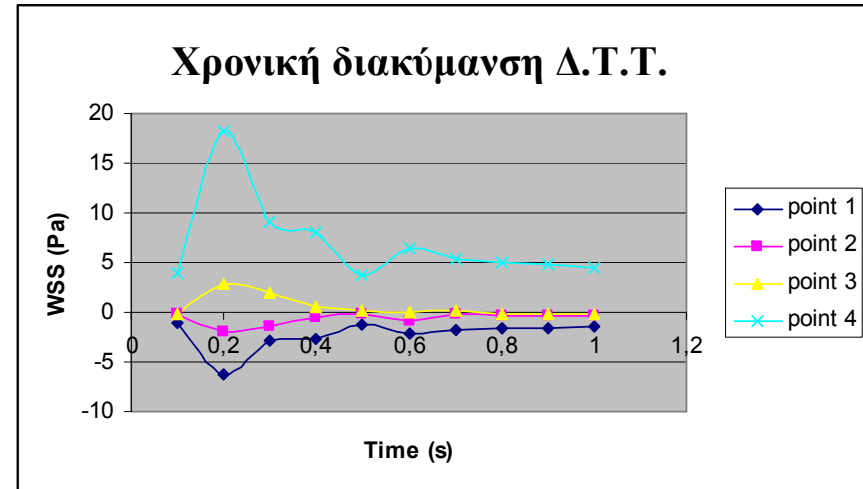
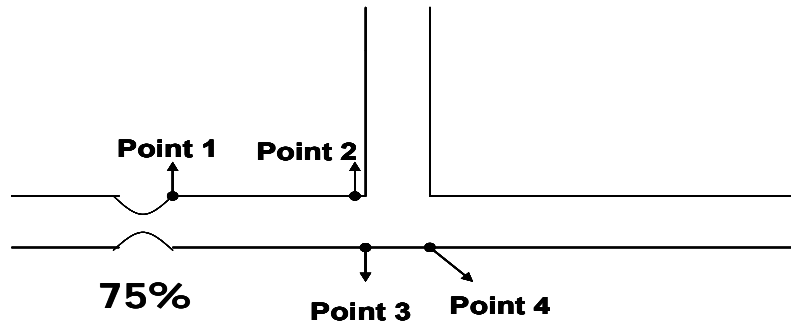


Μη-Μόνιμη Ροή Αίματος: Κρίσιμα Ποσοστά Στένωσης

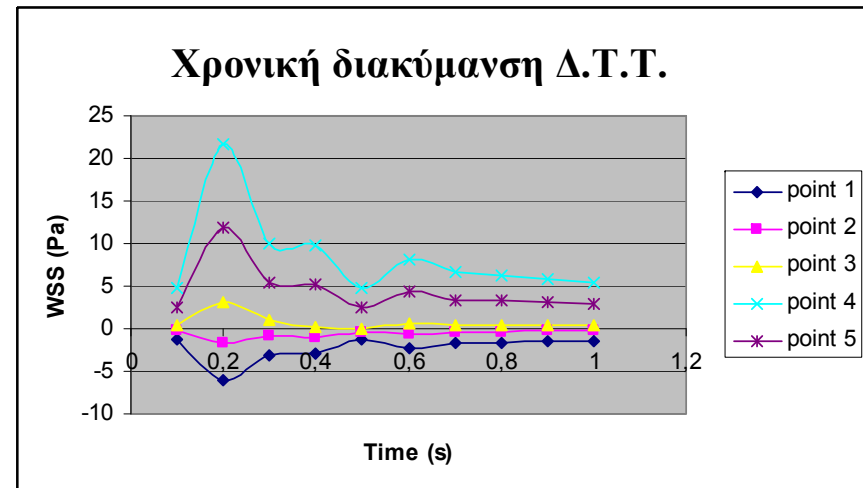
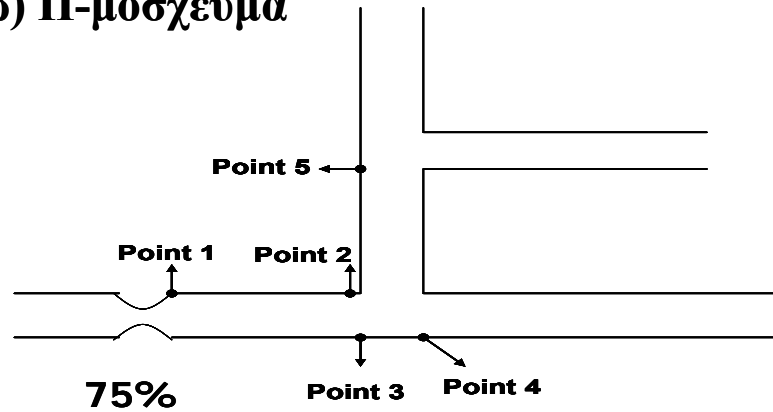


Χρονική διακύμανση ΔΤΤ: Μη-μόνιμη ροή

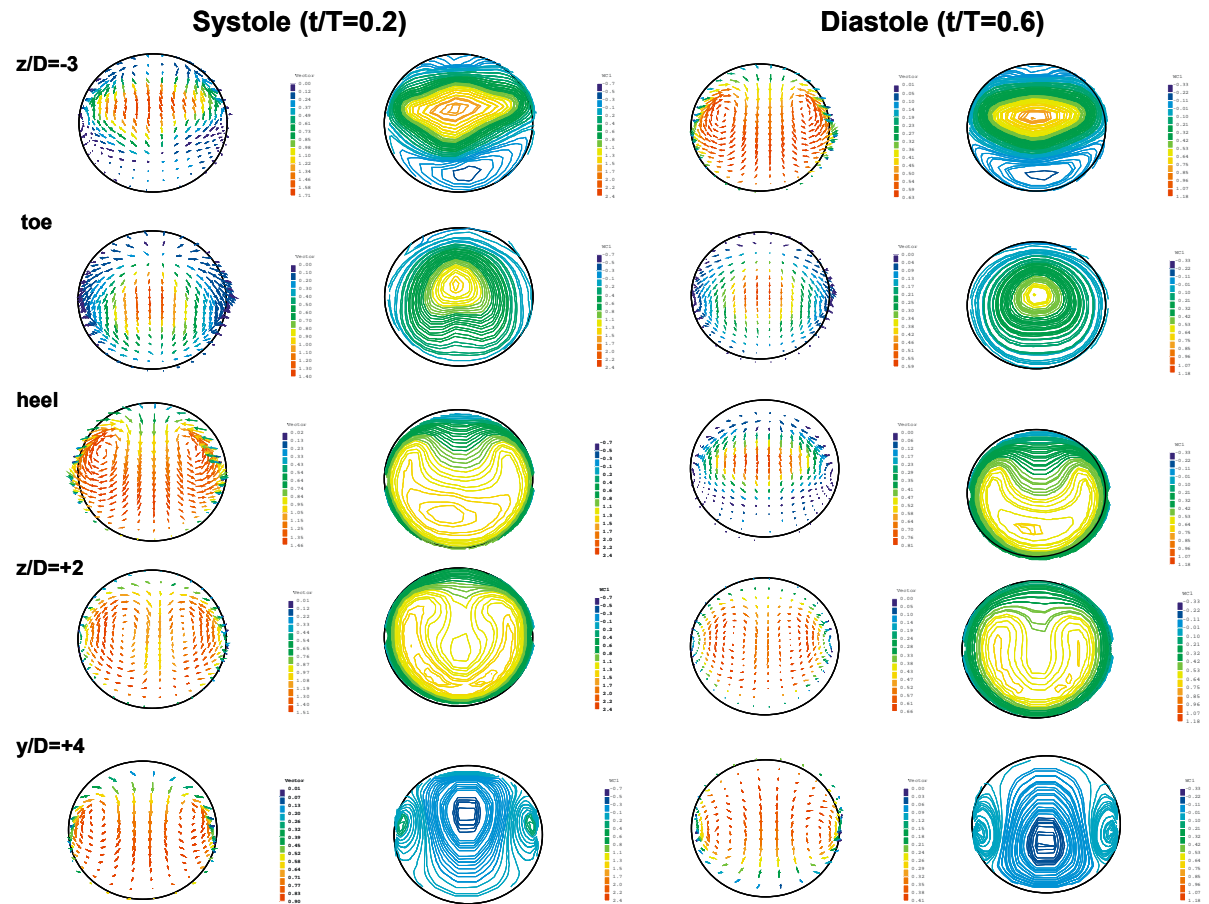
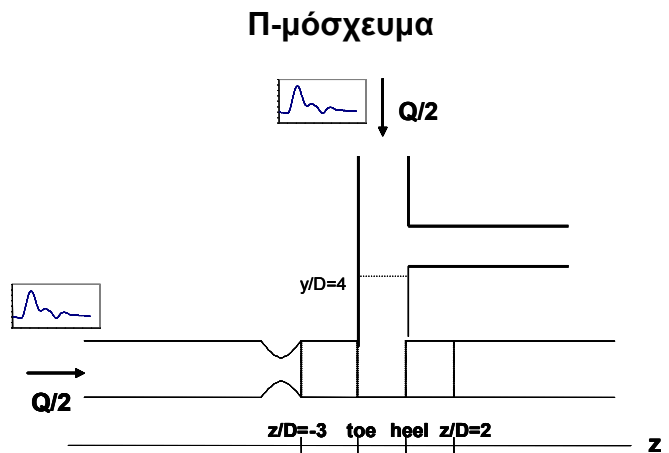
α) T-μόσχευμα



β) Π-μόσχευμα



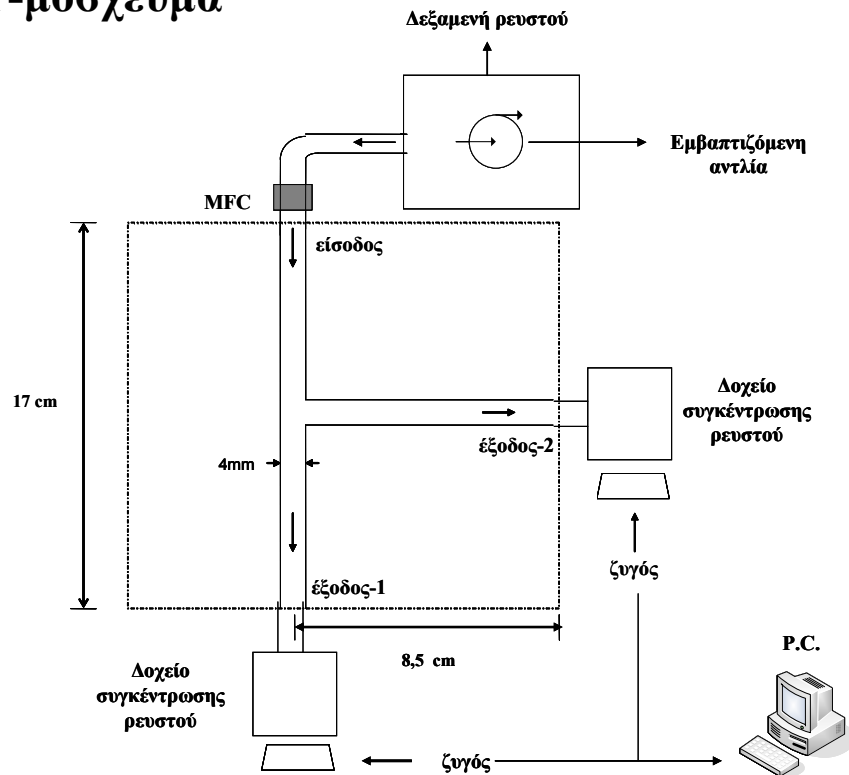
Δευτερεύουσα Ροή



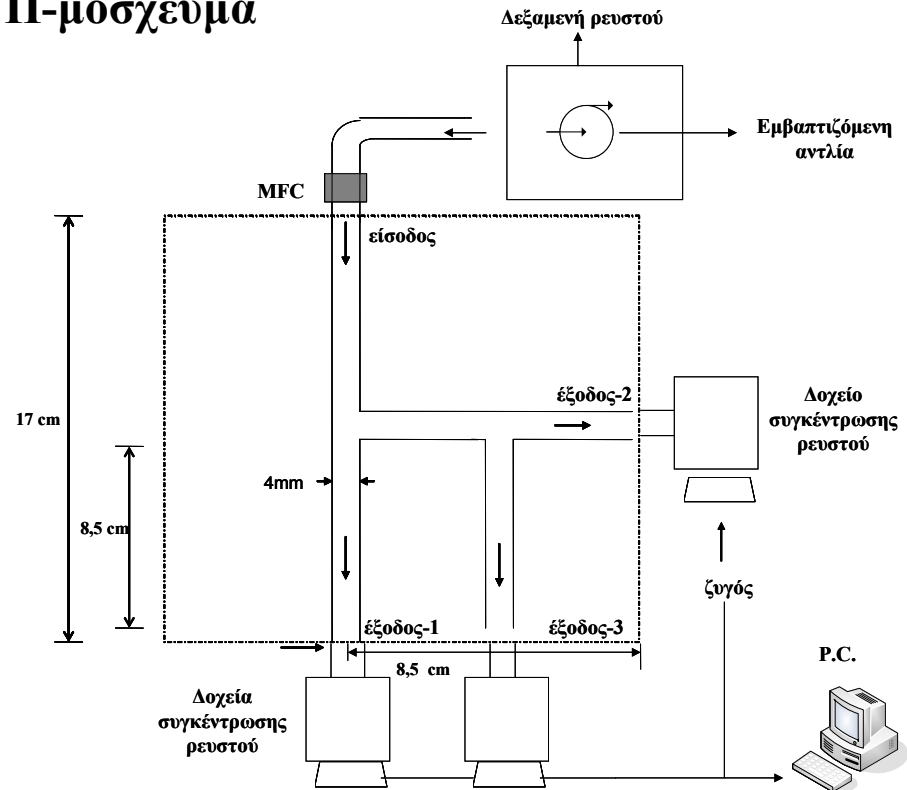
Πειραματική Διάταξη

- Πειραματική διάταξη ροής νερού & διαλύματος γλυκερόλης-νερού ($\mu=3.5$ cp)
- Σύγκριση με αποτελέσματα προσομοίωσης

T-μόσχευμα

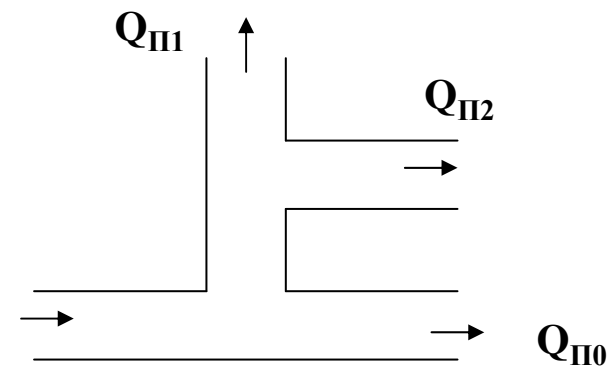
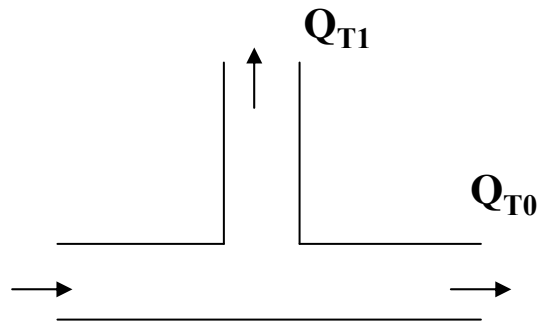
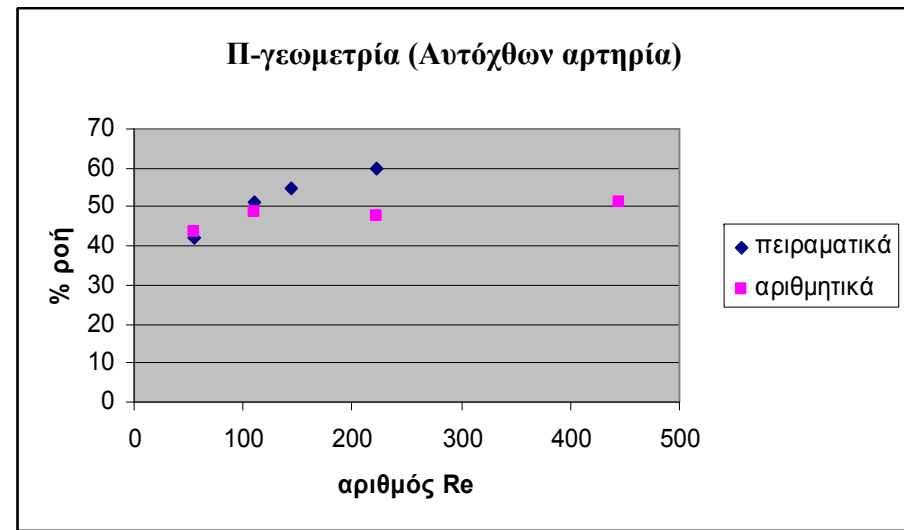
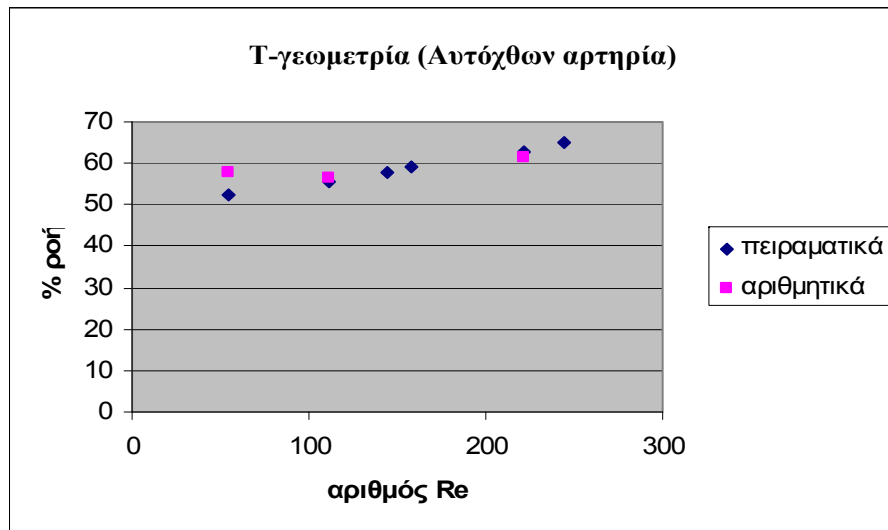


Π-μόσχευμα



Συγκριση αριθμητικών & πειραματικών αποτελεσμάτων

- Διάλυμα γλυκερόλης – νερού



Συμπεράσματα

- **Επίδραση γεωμετρίας σύνθετων μοσχευμάτων**
 - αλληλεπίδραση ροής μεταξύ των μοσχευμάτων (ροή & ΔΤΤ)
 - σημαντικές διαφοροποιήσεις στην αιμοδυναμική τους συμπεριφορά
- **Παλμική ροή**
 - φυσιολογική ροή \Rightarrow σημαντική παράμετρος κατά την προσομοίωση
 - χωρική & χρονική διακύμανση ΔΤΤ & ταχυτήτων ροής
- **Διαταραγμένη ροή (αποκόλληση, δευτερεύουσα ροή, ανακυκλοφορίες κ.α)**
 - σε συγκεκριμένες περιοχές του αρτηριακού δικτύου
 - στις περιοχές κατάντη της στένωσης, απέναντι από τις διακλαδώσεις και στους πλάγιους κλάδους των μοσχευμάτων
- **Ικανοποιητική επαλήθευση υπολογιστικών αποτελεσμάτων**
 - ρυθμοί ροής εξόδου (Τ και Π γεωμετρίες)
 - η θεώρηση του νευτώνειου ρευστού και της στρωτής ροής είναι σύμφωνη με τα πειραματικά αποτελέσματα